

G1011110 - Topoloxía dos Espazos Euclidianos (Topoloxía) - Curso 2017/2018

Información

- **Créditos ECTS**
- Créditos ECTS: 6.00
- **Total: 6.0**

Obxectivos da materia

O estudo da topoloxía da recta real iniciouse na materia de "Introdución á Análise Matemática" e, no que fai á continuidade, desenvólvese na materia "Continuidade e derivabilidade de funcións dunha variábel real". Agora, nesta materia, vaise abordar o estudo da topoloxía non soamente da recta real, mais tamén dos espazos euclidianos de calquera dimensión. Ademais, farase un tratamento máis sistemático das cuestións consideradas.

Trátase de estudar conceptos, métodos e propiedades métricos e, fundamentalmente, topolóxicos en \mathbb{R}^n , partindo da súa estrutura euclidiana. Os principais conceptos que se van estudar son os de completitude, continuidade, conexidade e compacidade, facendo especial fincapé nas técnicas de converxencia de sucesións, que son as técnicas xa empregadas nos estudos previos.

Contidos

Tema 1 Os espazos euclidianos (0,5 créditos)

- 1.1 Produto escalar e norma euclidiana
- 1.2 Desigualdades de Cauchy-Schwarz e de Minkowski
- 1.3 Distancia euclidiana. Propiedades; a desigualdade triangular
- 1.4 Bólas abertas
- 1.5 Distancia entre conxuntos. Conxuntos limitados. Diámetro

Tema 2 A topoloxía do espazo euclidiano (0,75 créditos)

- 2.1 Definición de conxunto aberto
- 2.2 Propiedades características dos conxuntos abertos
- 2.3 Conxuntos pechados.
- 2.4 Espazos e subespazos. Abertos relativos

Tema 3 Converxencia (0,5 créditos)

- 3.1 Sucesións. Sucesións converxentes. Subsucesións.
- 3.2 Converxencia e topoloxía: puntos de acumulación.

Tema 4 Completitude (0,75 créditos)

- 4.1 Sucesións de Cauchy
- 4.2 A completitude de \mathbb{R} : principio do supremo e postulado dos intervalos encaixados
- 4.3 Teorema de Bolzano-Weierstrass
- 4.4 Completitude do espazo euclidiano

Tema 5 Continuidade (1 crédito)

- 5.1 Definición de continuidade
- 5.2 Continuidade secuencial
- 5.3 Composición de funcións continuas. Restrición

Tema 6 Continuidade Global (0,5 créditos)

6.1 Caracterización global da continuidade

6.2 Función combinada

Tema 7 Propiedades topolóxicas (0,25 créditos)

7.1 Homeomorfismos.

7.2 Propiedades topolóxicas

Tema 8 Conexidade (0,75 créditos)

8.1 Espazos conexos

8.2 O Teorema do valor intermedio

Tema 9 Compacidade (1 crédito)

9.1 Compacidade. Compacidade secuencial

9.2 Caracterización dos conxuntos compactos no espazo euclidiano

9.3 O Teorema do máximo e do mínimo

9.4 Continuidade uniforme

Bibliografía básica e complementaria

Bibliografía básica

MASA VÁZQUEZ, X.M. Topoloxía xeral. Introducción aos espazos euclidianos, métricos e topolóxicos. Manuais universitarios, Universidade de Santiago de Compostela, 1999.

Bibliografía complementaria

BARTLE, R.G. Introducción al Análisis Matemático. Ed. Limusa. México, 1980

BUSKES, G. AND VAN ROOIJ, A. Topological spaces. Springer, 1996

CHINN, W.G. and STEENROOD, N.E. Primeros conceptos de Topología. Ed. Alhambra, 1975.

SUTHERLAND, W.A. Introduction to metrics and topological spaces. Clarendon Press. Oxford, 1975.

Competencias

Unha das ferramentas que utilizaremos de forma máis reiterada será a converxencia de sucesións. Esa será a primeira competencia curricular que sinalamos, que podería enunciarse como capacidade de aplicar a converxencia de sucesións á caracterización de propiedades topolóxicas. Isto require unha boa comprensión do concepto de límite, primeiro; require ser capaz de identificar sucesións converxentes; require ser capaz de construír sucesións converxentes relevantes para a cuestión en estudo; ser capaz, en fin, de relacionar a converxencia coa propiedade considerada, ideando a oportuna demostración.

A segunda competencia curricular ten que ver coa continuidade das funcións máis comúns no ámbito dos espazos euclidianos. Trátase de identificar funcións continuas ou discontinuidades de funcións, de describir funcións xeometricamente, dispor de exemplos de funcións que ilustren propiedades diversas, ou expresar analiticamente transformacións xeométricas sinxelas.

Os resultados máis profundos do programa relaciónanse cos conceptos de compacidade e conexidade. É tamén o marco no que se obteñen as aplicacións máis fortes da teoría desenvolta. Coñecer esta teoría abstracta e comprender o papel determinante que estas nocións desempeñan nas aplicacións consideradas é a terceira competencia curricular. Na súa expresión máis sinxela, o resultado típico dirá que toda función real continua con dominio un intervalo pechado alcanza o máximo, o mínimo e calquera valor intermedio. Aprenderase que as únicas propiedades necesarias do intervalo son a conexidade e a compacidade. É unha mostra dun dos aspectos máis característicos da matemática: como a solución de problemas, ás veces de formulación simple, require a miúdo de teorías moi abstractas.

Ademais destas competencias estritamente curriculares, no curso vanse traballar outras dúas.

A primeira céntrase na linguaxe das matemáticas, nunha dobre vertente: comprender os enunciados cos que se traballa, diferenciar hipóteses, tese e demostración, comprender o valor dos exemplos e dos contra-exemplos,...

Doutra parte trátase de incidir na expresión matemática formal, acadar unha escritura medianamente correcta, evitando mesturar a linguaxe informal coa sintaxe lóxica formal.

A segunda competencia non curricular terá que ver coas estratexias de aprendizaxe, tratando de inculcar a práctica de pensar por un mesmo, por unha mesma, do esforzo na comprensión, analizando exemplos concretos, do empeño na resolución de exercicios, evitando a dinámica de buscar onde ler a solución, adquirir o hábito do esforzo por encontrar o camiño, de xeito que cada estudante poida chegar a elaborar demostracións propias de cuestións sinxelas, non porque as recorde, senón pola pericia que teña acadado.

Sistema de avaliación

Haberá un dobre método de avaliación: a avaliación puntual, mediante unha proba final escrita, o exame, fixado no calendario da facultade, de realización obrigatoria; e a avaliación continuada, realizada ao longo do curso, baseada principalmente na participación de cada estudante na aula e nas cualificacións obtidas nos boletíns entregados.

A nota final estará formada nun mínimo do 25% pola avaliación continua e nun máximo do 75% pola nota do exame final, tendo en conta as restriccións recollidas na memoria do grao de matemáticas.

O exame terá unha parte de teoría, que pode abarcar definición de conceptos, enunciado de resultados ou proba total ou parcial deles. O resto consistirá na resolución de exercicios, que serán análogos aos propostos ao longo do curso. Indicativamente, cada parte terá un peso de entre un 40 e un 60% do total.

Tempo de estudo e traballo persoal

TRABALLO PRESENCIAL NA AULA

Clases de encerado en grupo grande 30

Clases de encerado en grupo reducido 15

Titorías en grupo reducido sin ordenador/laboratorio 13

Titorías en grupos moi reducidos ou individualizadas 2

Total horas traballo presencial 60

TRABALLO PERSOAL DO, DA ESTUDANTE

Estudo autónomo 65

Escritura de exercicios ou outros traballos 15

Lecturas recomendadas ou similar 10

Total horas traballo persoal 90

Recomendacións para o estudo da materia

No curso adícase moito tempo á resolución de exercicios. Obviamente, considérase un aspecto fundamental na aprendizaxe da materia. Isto non debe conducir a pensar que a teoría ten menos importancia: ben ao contrario, a teoría é a pedra angular da formación. Haberá que manexar certo número de definicións e resultados, que se terán que asimilar nun período breve de tempo. As demostracións dos resultados axudan a comprendelos mellor e permiten familiarizarse coas técnicas máis importantes; deben constituír un dos compoñentes fundamentais do estudo da materia. O outro, certamente, será o empeño na resolución dos exercicios.

Observacións

Existirá un curso virtual de apoio á docencia desta materia